

壹、填空題(每小題 4 分共 100 分)

[一]設 $f(x) = x^2 - 9$ 及 $g(x) = -3 - 5x^2 - 2x + 2x^3$ ，試求：

(1) $g(x)$ 依升幕排列…(1)

(2) $g(x)$ 之領導係數為？…(2)

(3) $f(x)$ 之一次項係數為？…(3)

(4) $f(x) + g(x) = ?$ …(4)

(5) $\deg(f(x) - g(x)) = ?$ …(5)

(6) $f(x) \times g(x)$ 展示中 x^3 次項之係數為何？…(6)

(7) 若 $g(x) = f(x) \times q(x) + r(x)$ ，則 $\deg(q(x))$ 為何？…(7)

(8) $(f(x), g(x)) = ?$ [註： $f(x)$ 與 $g(x)$ 之 H.C.F]…(8)

[二]試解下列各題：

(1) 設 $f(x) = (2x^2 - 4x + 3)^2 = a(x-1)^4 + b(x-1)^3 + c(x-1)^2 + d(x-1) + e$ ，試求

$-a + b - c + d - e = ?$ …(9)

(2) 設 α, β 為 $x^2 - 3x - 5 = 0$ 之兩根，試求 $\frac{1}{\alpha^3} + \frac{1}{\beta^3} = ?$ …(10)

(3) 設 $\deg(f(x)) \geq 2$ ，若以 $x-1, x-2$ 分別除 $f(x)$ 其餘式分別為 1, 2，則 $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)$ 之餘式為何？…(11)

(4) 設 $g(x) = x^2 - x - 2$ 為 $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 1$ 的因式，試求 $m + n = ?$ …(12)

(5) 設 $f(x) = 432x^4 + 799x^3 - 145x^2 - 87x - 115$, $g(x) = x + 2$ ，試求 $f(x) \div g(x)$ 之餘式為何？…(13)

(6) 解 $\frac{x-5}{x^2-1} + \frac{2}{x-1} + 1 = 0$ …(14)

(7) 解 $\sqrt{8-4\sqrt{3}} = ?$ …(15)

(8) 若 $f(x) = (a-3)x^4 + (b+4)x^3 + (c-1)x^2 - (d+2)x - e - 2 = 0$ 為零多項式，試求

$a + b + c + d + e = ?$ …(16)

(9) 若 $f(x) = (2a-1)x^3 + 3x^2 - (b-4)x - 5$, $g(x) = (c+1)x^4 + x^3 - (d+1)x^2 + 3x - e + 2$ 且

$f(1) = g(1)$, $f(-1) = g(-1)$, $f(\sqrt{2}) = g(\sqrt{2})$, $f(\frac{1}{3}) = g(\frac{1}{3})$, $f(8) = g(8)$ 試求 $a + b + c + d + e = ?$ …(17)

(10) 若 $x^2 - 4x = 1$ ，求 $x^2 + \frac{1}{x^2} = ?$ …(18)

(11) 試解 $\frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+1)} = 0$ …(19)

(12) 試求 $(2x^2 + 3x)^2 - (2x^2 + 3x) - 2 = 0$ 所有根之和…(20)

(13) 分解 $\frac{x^3 - 3}{(x-2)(x^2 + 1)}$ 為部分分式…(21)

(14) 設 k 為實數，若 $kx^2 + (k+1)x + k = 0$ 有實根，試求 k 的範圍…(22)

(15) 設 $x > y > 0$ ，試化簡 $\sqrt{(y-x)^2} - \sqrt[3]{(y-x)^3}$ …(23)

(16) 請將此 $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ 根式有理化…(24)

(17) 設 $f(x) = x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 5x + 6$ ，試求 $f(-1.97)$ 的值以四捨五入近似到小數點後第二位。…(25)